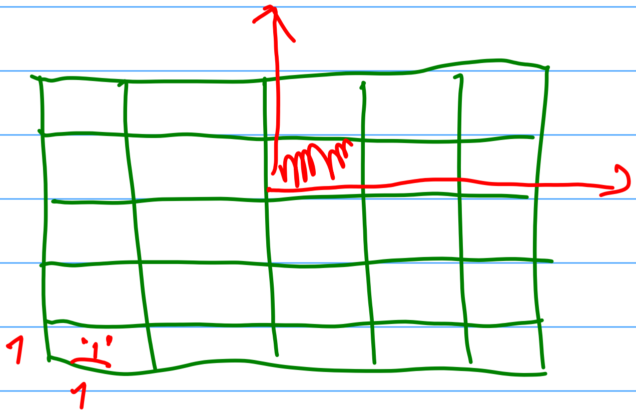
Start 15:35

Chomp (David Gale):

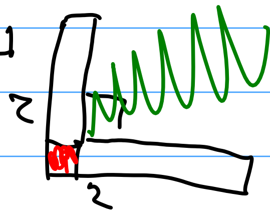


vyjma případu $m=n=1$

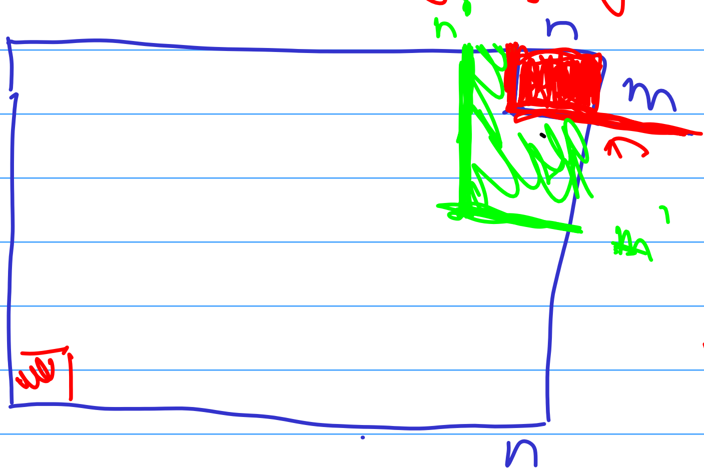
$m \times n$

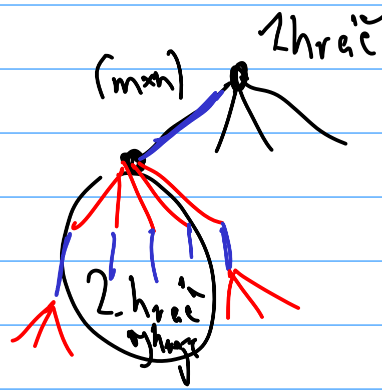
$m=n$

1. hráč



$m \neq n$: 1. hráč vždy vyhraje





lib. úplná první tah odebírá čtvereček (m,n)

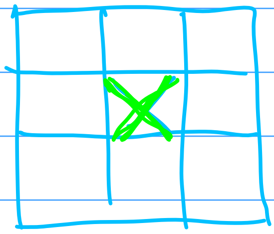
hned odebráním (m,n) první hráč → vyhraje ($\exists$ V.S. 1. hráče)
→ prohraje ($\exists$ V.S 2. hráče)

vezmeme 1. krok 2. hráče ≡ stříhání podél (m', n') ⇝ způsobí prohození 1. a 2. hráče

⇝ 1. hráč má vyhrávající strategii na počáteční hru

„Strategy stealing" (kradení strategií)

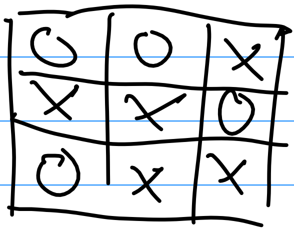
- lze použít u her, kde 2 hráči pokládají kameny, a kámen 1. hráče z některého z předchozích tahů 1. hráči „neublíží"



PIŠKVORKY: 1. hráči se vyplatí „krást"

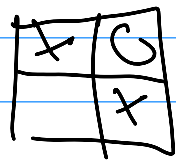
Go: NEPLATÍ

3x3



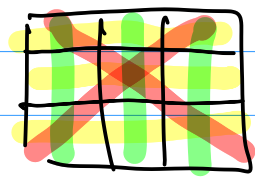
kradení strategií pro piškvorky ⤳ 1. hráč (pokud hraje optimálně) nutně neprohraje

2x2



1. hráč vždy vyhraje

3x3



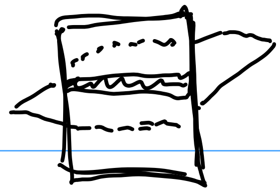
remíza

3x3x3

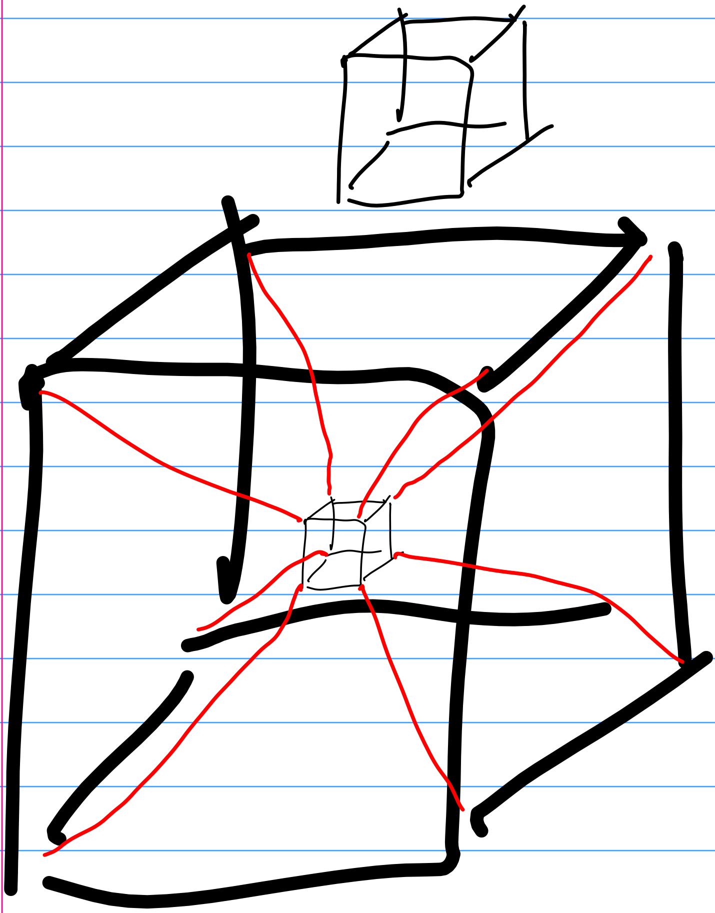
$< 9 \cdot 8 + 4 = 74$

výherní konfigurace řádky/sloupce/ (27) úhlopříčka / tělesová úhlopříčka

(?) výhra 1. (?) lze předpokládat, že hráči hrají optimálně

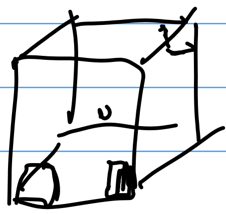


3x3x3x3 → 1. hráč už má vyhrávající strategii



v $[3]^4$ libovolné obarvení políček 2 barvami obsahuje výherní konfiguraci (!!)

REMÍZY NEBUDOU



$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{c} x \;\; y \;\; z \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

(1,1,1)
(2,2,2)
(3,3,3)

FART: $\underbrace{4 \times 4 \times \ldots \ldots r^4}_{d(4)}$ 1. vyhraje

Věta: $\ell = 4$

$\forall$ délku ℓ $\exists$ dimenze $d(\ell)$ t.ž. TIC-TAC-TOE v d-dim hyperkrychli o délce hrany ℓ je vyhrávající pro 1. hráče

VĚTA (Hales - Jewett): (RAMSEYOVA TEORIE)

$\forall r$ $\forall$ délku ℓ $\exists$ dimenze $d(\ell, r)$ t.ž. $\forall$ r-obarvení políček v d-dim hyperkrychli o délce hrany ℓ obsahuje jednobarevnou $\underbrace{\text{kombinatorickou přímku}}$

kombinatorická přímka v hyperkrychli s dim d a délkou hrany ℓ

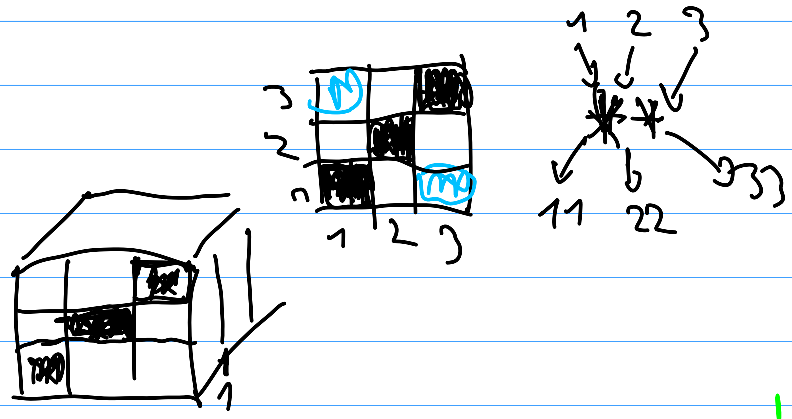
Příklad: fix $d-1$ konkrétních hodnot z $1 \ldots \ell$ a za nezafixovanou dosadil všechny možnosti

Obecně:

pattern (vzor): $*11$

$\alpha = **1$

$***$



$\alpha(1) = 111$
$\alpha(2) = 221$
$\alpha(3) = 331$

vzor α = řetězec délky d tvaru $\{1, 2 \ldots \ell, *\}^d$ s alespoň jednou $*$

kombinatorická přímka $L = \{\alpha(i) : i = 1, 2, \ldots \ell\}$

Def: kombinatorický n-kryehle v d-dim hyperkrychli $\boxed{n<d}$

n-dim vzor délky d $\quad \sigma \in \{1,\dots,\ell, *_1, *_2, \dots, *_n\}^d$

a každá $*_1 *_2 \dots *_n$ se ≥ 1 vyskytují

při: $n=2$, $d=3$, $\ell=3$

$\left\{\begin{matrix} 111, & 121, & 131 \\ 112, & 122, & 132 \\ 113, & 123, & 133 \end{matrix}\right\} \leftarrow \boxed{\sigma_1} = 1 *_1 *_2$

$\sigma_1 \neq$

$\sigma_2 = *_1 *_2 *_1$

$C_2 = \{ \sigma(i_1 \dots i_n) : \forall j \in \{1,\dots,n\}, \forall i_j \in \{1,\dots,\ell\} \}$ $\quad |C| = \ell^n$

Tvrzení: $\forall r$ - # barev $\forall \ell$ délka hrany $\forall n$: $\exists d$ t.ž.

$\forall$ obarvení $\chi : \{1,\dots,\ell\}^d$ pomocí r barev $\exists$ n-krychle

$\chi : \{1,\dots,\ell\}^d \longrightarrow \{1, 2, \dots, r\}$

t.ž.

$\forall$ dva "dole-sousední" body b_1, b_2

$\chi(b_1) = \chi(b_2)$

$\sigma(\overbrace{1,\dots,1}^{n})$

$\sigma(1,\dots,12)$

$\sigma(\quad 13)$

$\sigma(\quad\vdots\quad 21)$

Def. dole-sousední body pro $\sigma(i_1 \dots i_n)$ jsou dva body t.ž.

$\exists j \in \{1,\dots,n\}$:

$\exists i_1, \dots, i_{j-1}, i_{j+1} \dots i_n \in \{1,\dots,\ell\}$

$\sigma(i_1 \dots i_{j-1} \boxed{1} i_{j+1} \dots i_n)$

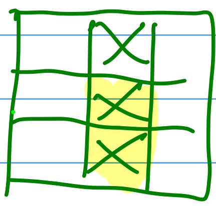
$\sigma(i_1 \dots i_{j-1} \boxed{2} i_{j+1} \dots i_n)$

při: $n=1$

$d=2$

$\ell=3$

$\sigma = 2*$



$d=3$ $n=2$

$\boxed{\sigma = *_1 *_2 1}$

$\ell=3$