

# Domácí úkoly Teorie her, klasická část

Jan Hladký, hladky@cs.cas.cz

May 19, 2025

Poznámka o spolupráci mezi spolužáky, použití zdrojů na internetu a dalších nástrojů jako například Large Language Models: Konzultujte a snažte se pochopit věci s libovolnou asistencí. Prosím ale, abyste sepsané řešení byl záznam o Vašem vlastním pochopení věci. Tedy, ve chvíli, kdy úkol sepisujete, necht' je jediný zdroj Váš mozek.

Řešení můžete vysázet elektronicky nebo sepsat na papír a naskenovat. Pošlete mi jej prosím na výše uvedený email.

1. Nakreslete pomocí nějakého kreslicího matematického programu Nashův tok pro následující hry a určete Nashova ekvilibria (obrázek by mohl pomoci, v ideálním případě o každém Nashově ekvilibriu dokážete, že jím skutečně je a že není žádného dalšího).

(a) plánování rande,  $A = \begin{pmatrix} 2, 1 & 0, 0 \\ 0, 0 & 1, 2 \end{pmatrix}$ ,

(b) hon na jelena,  $A = \begin{pmatrix} 3, 3 & 0, 2 \\ 2, 0 & 1, 1 \end{pmatrix}$ .

2. Mějme hru  $A$  dvou hráčů s daným výplatním polygonem  $P$  a bodem status quo  $(x_0, y_0)$ . Necht'  $x_{max}$  je maximum x-ové souřadnice ve vyjednávací množině. To stejné pro  $y_{max}$ . Výsledek arbitráže Kalai-Smorodinsky je bod  $(x^*, y^*)$ , který je průsečík úsečky  $(x_0, y_0), (x_{max}, y_{max})$  s vyjednávací množinou. Rozhodněte, které z axiomů Nashovy arbitráže jsou pro arbitráž Kalai-Smorodinsky splněny a které porušeny.

3. Uvažme věžňovo dilema s maticí  $A = \begin{pmatrix} 2, 2 & 0, 3 \\ 3, 0 & 1, 1 \end{pmatrix}$  v režimu opakované hry  $Repeat(A, \delta)$ , kde  $\delta \in (0, 1)$ . Uvažme následující strategii "Hodný a zapomnětlivý cholerik": Podívám se na poslední tři tahy protihráče (a přirozeně před třetím kolem, kdy toto pravidlo nelze aplikovat doslovně, se dívám na dosavadní historii). Pokud v nich protihráč alespoň jednou zahrál *zrada*, hraju *zrada*. Jinak hraju *spolupráce* (protože i pokud mě někdy v minulosti zradil, už jsem na to zapomněl). Spočítejte optimální herní strategii pro protihráče Hodného zapomnětlivého cholerika a střední výplatu pro oba hráče.