Teorie kódování

LS 2020/21, FJFI ČVUT

2. domací úlohy

---

1) Buď q mocnina prvočísla a $t \in \mathbb{N}$. Dokažte, že je-li ne nutně lineární $(M, n, 2t+1)$-kód s q symboly perfektní, potom $M = q^k$ pro nějaké $k \in \mathbb{N}$.

2) Buď $\mathcal{C}$ binární lineární $(M, n, 2t+1)$-kód, označme H jeho (libovolnou) kontrolní maticí, a uvažme rozdělení 2^n binárních slov w délky n do celkem $2^n/M$ skupin v závislosti na jejich syndromu Hw. Dokažte, že v každé skupině je nejvýše jedno slovo s nejvýše t jedničkami, neboli pokud $Hu = Hw$ pro dvě slova $u, w \in (\mathbb{Z}_2)^n$, potom alespoň jedno z nich obsahuje jedničku na alespoň $t+1$ souřadnicích.

3a) Buď $n \geq 2$, $s \geq 1$ a $r \geq 1$ tři přirozená čísla. Dokažte, že $(n^s - 1)$ dělí $(n^r - 1)$ právě tehdy když s dělí r.

3b) Buď $\mathbb{F}$ těleso, $s \geq 1$ a $r \geq 1$ dvě přirozená čísla. Dokažte, že v okruhu polynomů $\mathbb{F}[x]$ polynom $(x^s - 1)$ dělí polynom $(x^r - 1)$ právě tehdy když s dělí r.