Teorie kódování

LS 2021/22, FJFI ČVUT

3. domací úlohy

---

1) Dokažte, že determinant tzv. Vandermondovy matice rozměru $n \times n$ s parametry $a_1, a_2, \dots, a_n$, tzn.

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & & a_n^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & & a_n^3 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & & a_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

je roven $\prod_{1 \le i < j \le n} (a_j - a_i)$.

2) Mějme binární BCH kód délky n opravující 2 chyby s generujícími kořeny α a α^3. Uvažme, že jsme místo kódového slova $w \in \{0,1\}^n$ přijali slovo $x \in \{0,1\}^n$ a spočetli jsme syndrom $(s_1, s_2) = \left(x(\alpha), x\left(\alpha^3\right)\right)$. Dokažte, že pokud $s_1 = 0$ a $s_2 \neq 0$, tak potom muselo dojít při přenosu $w \to x$ k alespoň 3 chybám.

3) Mějme binární BCH kód délky n opravující t chyb s generujícími kořeny $\alpha, \alpha^3, \dots, \alpha^{2t-1}$. Uvažme chybový vektor $e \in \{0,1\}^n$ a nechť $I = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ je množina indexů jeho nenulových pozic, tzn. pozic, na kterých došlo k chybě. Spočtěme si nyní $2t$-složkový syndrom:

$$\begin{aligned} s_1 &= \alpha^{i_1} + \alpha^{i_2} + \dots + \alpha^{i_p} \\ s_2 &= (\alpha^{i_1})^2 + (\alpha^{i_2})^2 + \dots + (\alpha^{i_p})^2 \\ s_3 &= (\alpha^{i_1})^3 + (\alpha^{i_2})^3 + \dots + (\alpha^{i_p})^3 \\ &\vdots \\ s_{2t} &= (\alpha^{i_1})^{2t} + (\alpha^{i_2})^{2t} + \dots + (\alpha^{i_p})^{2t}. \end{aligned}$$

Dokažte, že pro každé $j \in \{1, 2, \dots, t\}$ platí, že $s_{2j} = s_j^2$.