Domací příklady z diskretní matematiky

20.11.2008

Graf G se nazývá k-regulární, jsou-li stupně všech jeho vrcholů přesně k.

Grafy $G_1 = (V_1, E_1)$ a $G_2 = (V_2, E_2)$ jsou navzájem izomorfní ($G_1 \cong G_2$), pokud existuje bijekce $f : V_1 \to V_2$ a zároveň $\forall u, v \in V_1 : \{u, v\} \in E_1 \iff \{f(u), f(v)\} \in E_2$. Bijekce f se pak nazývá izomorfizmus grafů G_1 a G_2.

Příklad 1. *(4 body)* Určete všechny dvojice (k, n) takové, že existuje k-regulární graf na n vrcholech.

Příklad 2. *(2 body)* Dokažte, že každé dva $(n-1)$-regulární grafy na n vrcholech jsou izomorfní.

Příklad 3. *(3 body)* Dokažte, že každé dva $(n-2)$-regulární grafy na n vrcholech jsou izomorfní.

Příklad 4. *(4 body)* Pro každé $n \in \mathbb{N}$ definujme graf $G_n = (V, E)$ následujícím způsobem:

$$V = \{0, 1, \ldots, n-1\},$$

$$E = \{\{i, j\} : (i - j) \equiv 4 \pmod{n}\}.$$

Určete, pro která n je G_n eulerovský.